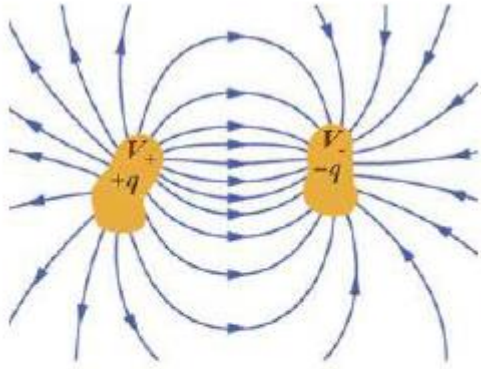


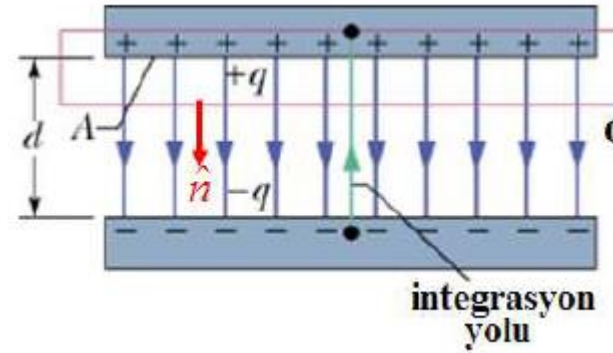
FİZİK II – VİZE SONRASI
2025
Yazılım Müh. – Bilişim Sis. Müh.

Kapasitörler



$$C = \frac{q}{V} \quad C/V \equiv \text{Farad (F)}$$

Paralel Plakalı Kapasitörün Sığası :



$$C = \frac{q}{V} = \frac{q}{qd / A\epsilon_0} \rightarrow C = \frac{A\epsilon_0}{d}$$

Örnek : Plakaları arası hava dolu olan paralel plakalı bir kapasitörün plakalarının alanı 7.6 cm^2 ' dir ve aralarında 1.25 mm mesafe vardır. Plakalar arasındaki potansiyel fark 20 V ise,

a-) plakalar arası bölgedeki elektrik alanını

b-) plakalardaki yüzey yük yoğunluğunu

c-) kapasitörün sığasını ve plakalardaki yük miktarını bulunuz.

$$a-) V = Ed \rightarrow E = \frac{V}{d} = \frac{20}{1.25 \times 10^{-3}} = 16 \times 10^3 \text{ V / m}$$

$$b-) E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \rightarrow \sigma = \epsilon_0 E = (8.85 \times 10^{-12}) * (16 \times 10^3) = 1.416 \times 10^{-7} \text{ C / m}^2$$

$$c-) C = \frac{\epsilon_0 A}{d} = \frac{(8.85 \times 10^{-12}) * (7.6 \times 10^{-4})}{1.25 \times 10^{-3}} = 5.381 \times 10^{-12} \text{ F}$$

$$C = \frac{Q}{V} \rightarrow Q = CV = (5.381 \times 10^{-12}) 20 = 107.62 \times 10^{-12} \text{ C}$$

Örnek : Plakaları arası hava dolu olan paralel plakalı bir kapasitörün plakaları arasına 150 V' luk potansiyel fark uygulandığında, plakalardaki yüzeysel yük yoğunluğu 30 nC/cm^2 oluyor.

a-) Kapasitörün plakaları arasındaki mesafe nedir?

b-) Plakaların yüzey alanı 4 cm^2 ise, kapasitörün sığasını ve plakalardaki yük miktarını bulunuz.

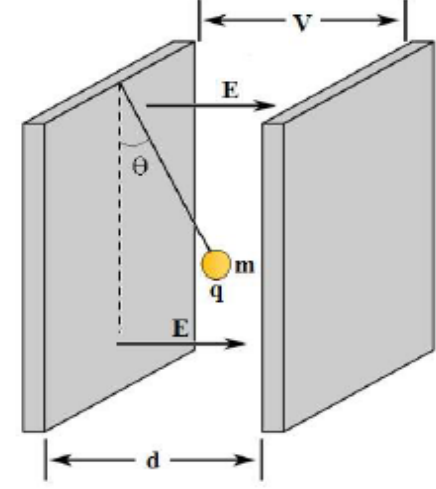
$$a-) V = Ed = \frac{\sigma}{\epsilon_0} d$$

$$d = \frac{\epsilon_0 V}{\sigma} = \frac{(8.85 \times 10^{-12}) 150}{(30 \times 10^{-9} / 10^{-4})} = 4.425 \times 10^{-6} \text{ m}$$

$$b-) C = \frac{\epsilon_0 A}{d} = \frac{(8.85 \times 10^{-12}) * (4 \times 10^{-4})}{4.425 \times 10^{-6}} = 8 \times 10^{-10} \text{ F}$$

$$\sigma = \frac{Q}{A} \rightarrow Q = \sigma A = \left(\frac{30 \times 10^{-9}}{10^{-4}} \right) * (4 \times 10^{-4}) = 120 \times 10^{-9} \text{ C}$$

Örnek : Ağırlessız bir iple paralel plakalı kapasitörün pozitif plakasına bağlı olan m kütleli bir q nokta yükü şekildeki gibi dengededir. Plakalar arasındaki potansiyel farkını bulunuz. Plakalardaki yük miktarı Q ise, kapasitörün sığası ne olur?



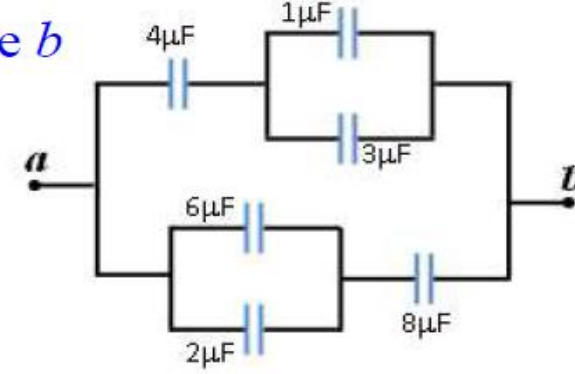
$$V = Ed$$

Denge durumunda, q nokta yükü üzerine etkiyen net kuvvet sıfır olmalıdır:

$$\left. \begin{array}{l} T \sin \theta = qE \\ T \cos \theta = mg \end{array} \right\} \rightarrow \tan \theta = \frac{qE}{mg} \rightarrow V = \frac{mg \tan \theta}{q} d$$

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{Qq}{mgd \tan \theta}$$

Örnek : Kapasitörlerden oluşan yandaki devrenin a ve b uçları arasındaki eşdeğer sığasını hesaplayınız.



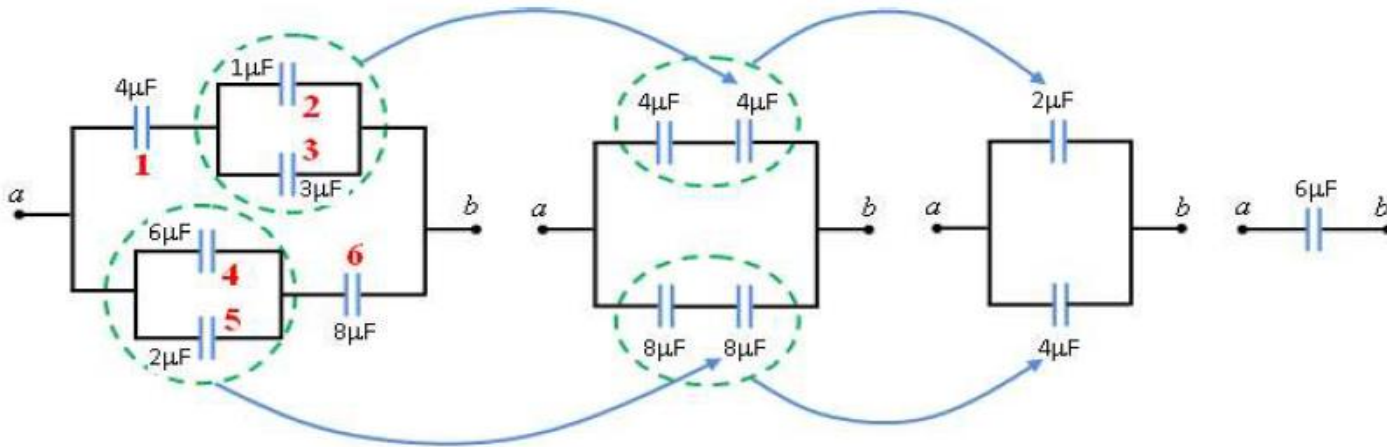
$$C_2 \text{ ile } C_3 \text{ paralel} \rightarrow C_{23} = 4 \mu\text{F}.$$

$$C_4 \text{ ile } C_5 \text{ paralel} \rightarrow C_{45} = 8 \mu\text{F}.$$

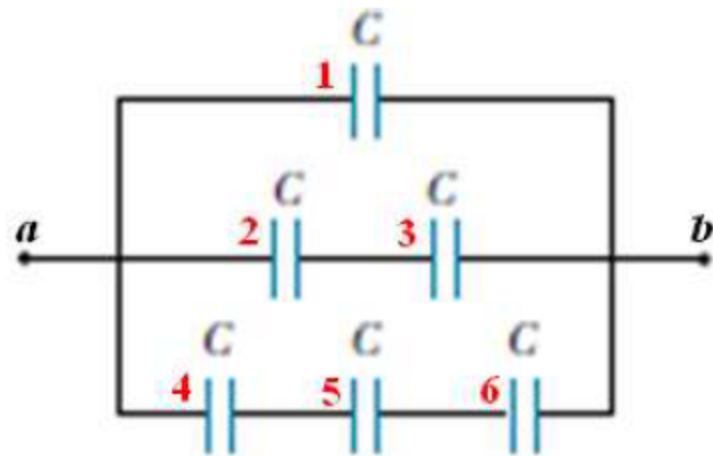
$$C_1 \text{ ile } C_{23} \text{ seri} \rightarrow \frac{1}{C_{123}} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \rightarrow C_{123} = 2 \mu\text{F}.$$

$$C_{45} \text{ ile } C_6 \text{ seri} \rightarrow \frac{1}{C_{456}} = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{4} \rightarrow C_{456} = 4 \mu\text{F}.$$

$$C_{123} \text{ ile } C_{456} \text{ paralel} \rightarrow C_{\text{eş}} = 6 \mu\text{F}.$$



Örnek : Kapasitörlerden oluşan yandaki devrenin a ve b uçları arasındaki eşdeğer sığasını bulunuz.

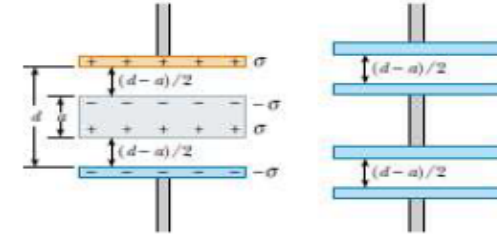


$$C_4, C_5 \text{ ve } C_6 \text{ seri} \rightarrow \frac{1}{C_{456}} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C} + \frac{1}{C} = \frac{3}{C} \rightarrow C_{456} = \frac{C}{3}$$

$$C_2 \text{ ve } C_3 \text{ seri} \rightarrow \frac{1}{C_{23}} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C} = \frac{2}{C} \rightarrow C_{23} = \frac{C}{2}$$

$$C_1, C_{23} \text{ ve } C_{456} \text{ paralel} \rightarrow C_{\text{eş}} = C + \frac{C}{2} + \frac{C}{3} = \frac{11}{6}C$$

Örnek : Plaka alanı A ve plakaları arası uzaklığı d olan paralel plakalı bir kapasitörün tam ortasına, plakalarla aynı yüzey alanına sahip, kalınlığı a olan yüksüz metal bir dilim konuyor.



a—) Kapasitörün yeni sığasını bulunuz.

b—) Dilimin çok ince olması durumunda, sığanın içi hava dolu bir kapasitöre dönüştüğünü ve dilimin nereye konulduğunun önemsiz olduğunu gösteriniz.

Dilim iletken olduğu için içindeki elektrik alan sıfırdır. Dolayısıyla, iletken dilim eş-potansiyel yüzeydir. Dilimin dışında kalan bölgeler birbirine seri bağlı iki kapasitör gibi düşünülebilir:

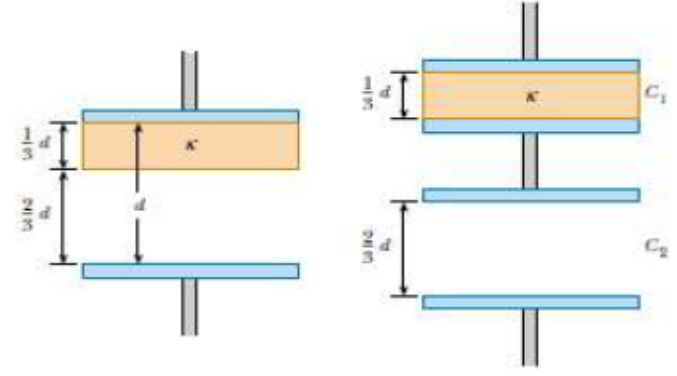
$$a-) \left. \begin{aligned} C_1 &= \frac{\epsilon_0 A}{(d-a)/2} \\ C_2 &= \frac{\epsilon_0 A}{(d-a)/2} \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{1}{C_{es}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{d-a}{2\epsilon_0 A} + \frac{d-a}{2\epsilon_0 A} = \frac{d-a}{\epsilon_0 A} \rightarrow C_{es} = \frac{\epsilon_0 A}{d-a}$$

b—) $a \rightarrow 0$ durumda, $C_{es} = \lim_{a \rightarrow 0} \frac{\epsilon_0 A}{d-a} = \frac{\epsilon_0 A}{d}$ (plakaları arası hava dolu paralel plakalı kapasitör)

Dilimi, üst yüzeyi ile üst plaka arasındaki mesafe b olacak şekilde yerleştirirsek:

$$\frac{1}{C_{es}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{b}{\epsilon_0 A} + \frac{d-b-a}{\epsilon_0 A} = \frac{d-a}{\epsilon_0 A} \rightarrow C_{es} = \frac{\epsilon_0 A}{d-a} \text{ (a şıkkı ile aynı sonuç bulunur)}$$

Örnek : Alanı A ve aralarındaki mesafe d olan paralel iki metal plaka arasına, şekilde gösterildiği gibi, dielektrik sabiti κ , kalınlığı $d/3$ ve plakalarla aynı yüzey alanına sahip olan dielektrik bir malzeme yerleştirilmiştir. Bu şekilde oluşan kapasitörün sığasını, dielektrik malzeme konulmadan önceki sığa (C_0) cinsinden bulunuz.



Plakalar arasında dielektrikle dolu olan kısım ile boş olan kısım, birbirine seri bağlı iki kapasitör gibi düşünülebilir:

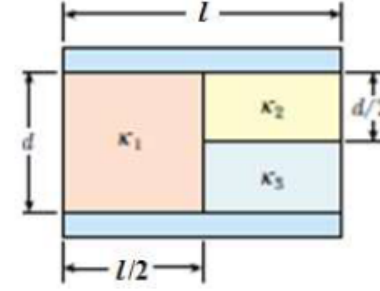
$$\left. \begin{array}{l} C_1 = \frac{\kappa \epsilon_0 A}{d/3} \\ C_2 = \frac{\epsilon_0 A}{2d/3} \end{array} \right\} \rightarrow \frac{1}{C_{es}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{d}{3\kappa \epsilon_0 A} + \frac{2d}{3\epsilon_0 A} = \frac{d}{3\epsilon_0 A} \left[\frac{1}{\kappa} + 2 \right] = \frac{d}{3\epsilon_0 A} \left(\frac{1+2\kappa}{\kappa} \right)$$

$$C_{es} = \frac{3\epsilon_0 A}{d} \left(\frac{\kappa}{2\kappa+1} \right)$$

$$\kappa = 1 \rightarrow C_0 = \frac{\epsilon_0 A}{d} \rightarrow C_{es} = \left(\frac{3\kappa}{2\kappa+1} \right) C_0$$

Örnek : Alanı A ve aralarındaki mesafe d olan paralel iki metal plaka arasına, şekilde gösterildiği gibi, dielektrik sabitleri κ_1 , κ_2 ve κ_3 olan dielektrik malzemeler yerleştirilmiştir.

Bu şekilde oluşturulan kapasitörün sığasını bulunuz.



Dielektrik sabitleri κ_2 ve κ_3 olan malzemelerle dolu bölgeler birbirine seri bağlı kapasitörler gibi değerlendirilebilir. Bu birleşik bölge de, dielektrik sabiti κ_1 olan bölge ile paralel bağlanmış gibi düşünülebilir.

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= \frac{\kappa_1 \epsilon_0 A / 2}{d} \\ C_2 &= \frac{\kappa_2 \epsilon_0 A / 2}{d / 2} \\ C_3 &= \frac{\kappa_3 \epsilon_0 A / 2}{d / 2} \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{1}{C_{23}} = \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{d}{\kappa_2 \epsilon_0 A} + \frac{d}{\kappa_3 \epsilon_0 A} = \frac{d}{\epsilon_0 A} \left[\frac{\kappa_2 + \kappa_3}{\kappa_2 \kappa_3} \right]$$

$$C_{23} = \frac{\epsilon_0 A}{d} \left(\frac{\kappa_2 \kappa_3}{\kappa_2 + \kappa_3} \right) \rightarrow C_{eş} = C_1 + C_{23} = \frac{\epsilon_0 A}{d} \left(\frac{\kappa_1}{2} + \frac{\kappa_2 \kappa_3}{\kappa_2 + \kappa_3} \right)$$

$$C_{eş} = \frac{\epsilon_0 A}{d} \left(\frac{\kappa_1 \kappa_2 + \kappa_1 \kappa_3 + 2 \kappa_2 \kappa_3}{2(\kappa_2 + \kappa_3)} \right) ; \quad \kappa_1 = \kappa_2 = \kappa_3 = 1 \rightarrow C_{eş} = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$



$$\frac{20R \cdot 5R}{20R + 5R} = \frac{100R}{25R} = 4R$$

$4R$ için $V_1 = 10$ volt ise
 $2R$ direncinin uçları arası 5 volt olur.
 $V_2 = 10 + 5 = 15$ volt

ör:



$$R_1 = 20, R_2 = 40 \Omega$$

$$V = 20 \text{ volt}$$

$$I_1, I_2, I = ?$$

(Kirchhoff ile çözüünüz)

1.4eVrim (ilmek): K.G.Y:

$$-V + I_1 \cdot R_1 = 0$$

$$-20 + I_1 \cdot 20 = 0 \rightarrow I_1 = 1A$$

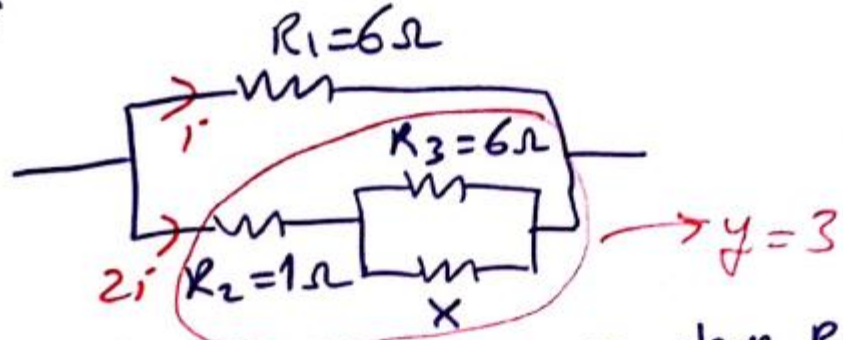
2.4eVrim (ilmek): K.G.Y:

$$I_2 \cdot R_2 - I_1 \cdot R_1 = 0$$

$$I_2 \cdot R_2 = I_1 \cdot R_1 \rightarrow I_2 \cdot 40 = 1 \cdot 20$$

$$I_2 = 0,5A$$

ör



R_2 direnci üzerinden geçen akım R_1 direncinden geçen akımın 2 katı old. göre X direnci kaç Ω 'dur?

$R_1 = 6\Omega$ 'dan i geçiyor $\rightarrow V = 6 \cdot i = 6i$
alttan $2i$ geçiyor (paralel)

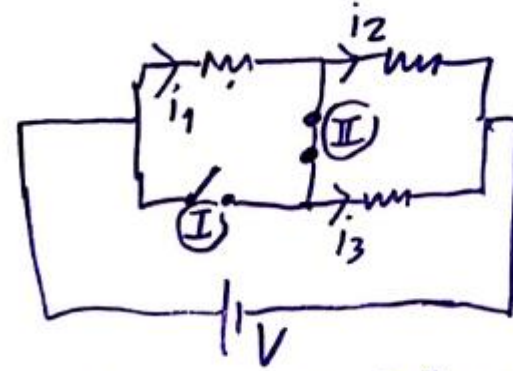
$$V = 2i \cdot y = 6 \cdot i \text{ olmalı}$$

$$y = 3\Omega \rightarrow 3 \cdot R_2 = 3 \cdot 1 = 3\Omega$$

$$R_3 // X = 2 \Rightarrow \frac{6 \cdot X}{6 + X} = 2$$

$$X = 3\Omega$$

ör



Devrede dirençler özdeş ve dirençlerden geçen akımlar i_1, i_2, i_3 'dür.

(II) nolı anahtar açılıp, (I) kapatılırsa akımlar nasıl değişir?

(I) nolı anahtar açık tutulursa

$$i_1 = \frac{V}{3R/2} = \frac{2V}{3R}$$

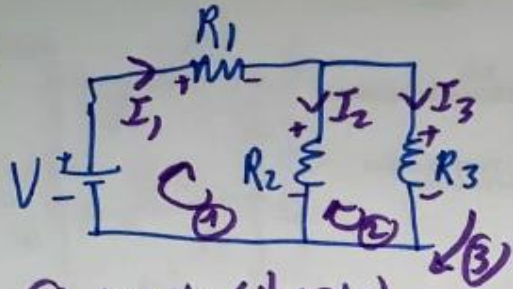
$$i_2 = i_3 = \frac{i_1}{2}$$

(I) nolı anahtar kapatılırsa, (II) açılırsa

$$i_1 = i_2 = \frac{V}{2R}, \quad i_3 = \frac{V}{R} \text{ olur.}$$

i_1 azalır, i_2 ve i_3 artar.

ör:



$R_1 = 12 \Omega$
 $R_2 = 4 \Omega$
 $R_3 = 12 \Omega$
 $V = 12 \text{ volt}$
 Kirchhoff
 ile
 gözümlü

①. Gevrim (ilmek)

$$-V + I_1 R_1 + I_2 R_2 = 0$$

$$-12 + I_1 \cdot 12 + I_2 \cdot 4 = 0$$

$$\boxed{12I_1 + 4I_2 = 12} //$$

②. Gevrim (ilmek)

$$I_3 R_3 - I_2 R_2 = 0 \rightarrow I_2 R_2 = I_3 R_3$$

$$\boxed{4I_2 = 12I_3} //$$

③. Gevrim (ilmek)

$$-V + I_1 R_1 + I_3 R_3 = 0$$

$$-12 + 12I_1 + 12I_3 = 0$$

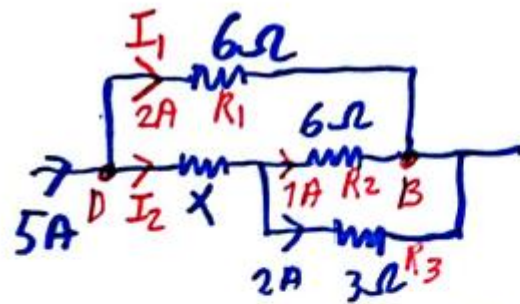
$$\boxed{12I_1 + 12I_3 = 12} //$$

$$I_2 = 3I_3$$

Yenine
koy

$$\text{Ayrıca } I_1 = I_2 + I_3 \text{ (K.A.Y.)}$$

ör:

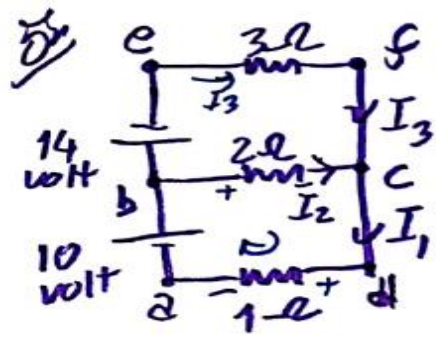


Dirençlerin ve dirençlerden geçen akımların
değeri şekildeki gibi old. göre X kaç Ω 'dur?

$$V_{DB} = I_1 \cdot R_1 = 2 \cdot 6 = 12 \text{ volt}$$

$$R_{DB} = \frac{V_{DB}}{I_2} = \frac{12}{3} = 4 \Omega$$

$$R_x = 4 - 2 = 2 \Omega$$



$I_1, I_2, I_3 = ?$
Kirchhoff ile çöz.
c düğüm noktası
 $I_1 = I_2 + I_3$ 1//

(a b c d a) çevrimi (ilmeği):

$$-10 + I_2 \cdot 2\Omega + I_1 \cdot 1\Omega = 0$$

$$I_1 + 2I_2 = 10 \quad 2//$$

(b e f c b) çevrimi (ilmeği):

$$14 + I_3 \cdot 3\Omega - I_2 \cdot 2\Omega = 0$$

$$2I_2 - 3I_3 = 14 \quad 3//$$

1// i 2// de yerine yazalım.

$$I_1 + 2I_2 = 10$$

$$I_2 + I_3 + 2I_2 = 10$$

$$3I_2 + I_3 = 10 \quad 4//$$

3// ve 4// den yok etme yöntemiyle

$$2I_2 - 3I_3 = 14$$

$$3I_2 + I_3 = 10$$

$$\begin{array}{r} 2I_2 - 3I_3 = 14 \\ + 9I_2 + 3I_3 = 30 \\ \hline 11I_2 = 44 \end{array}$$

3 ile çarp

$$\begin{array}{r} 2I_2 - 3I_3 = 14 \\ + 9I_2 + 3I_3 = 30 \\ \hline 11I_2 = 44 \end{array}$$

$$I_2 = \frac{44}{11} = 4A$$

$$2I_2 - 3I_3 = 14 \quad (I_2'yi \text{ yerine koy})$$

$$2 \cdot 4 - 3I_3 = 14$$

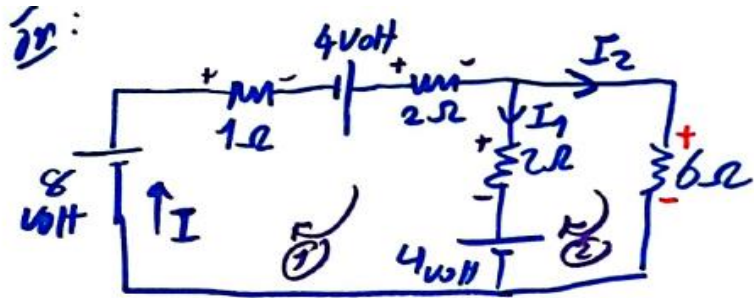
$$8 - 3I_3 = 14 \Rightarrow -3I_3 = 6$$

$$I_3 = -2A$$

$$I_1 = I_2 + I_3 \text{ okuyunca}$$

$$I_1 = 4 - 2 = 2A \text{ olur}$$

7



Akımaları bulunur. $I = I_1 + I_2$ (K.A.Y)

①. çevrim:

$$\underline{-8} + \underline{I \cdot 1\Omega} - \underline{4} + \underline{I \cdot 2\Omega} + I_1 \cdot 2\Omega + \underline{4} = 0$$

$$\underline{-8} + \underline{3 \cdot I} + 2I_1 = 0$$

$$\uparrow$$

$$(I_1 + I_2)$$

$$\underline{-8} + 3(I_1 + I_2) + 2I_1 = 0$$

$$\underline{-8} + 3I_1 + 3I_2 + 2I_1 = 0$$

$$\boxed{5I_1 + 3I_2 = 8} // 1 //$$

②. çevrim:

$$6 \cdot I_2 - 4 - I_1 = 2 = 0$$

$$\boxed{-2I_1 + 6I_2 = 4} // 2 //$$

-2 ile çarp

$$5I_1 + 3I_2 = 8$$

$$\underline{-2I_1 + 6I_2 = 4}$$

$$\Rightarrow \begin{array}{r} -10I_1 + 6I_2 = -16 \\ -2I_1 + 6I_2 = 4 \\ \hline \end{array}$$

Topla

$$-10I_1 - 6I_2 = -16$$

$$+ \underline{-2I_1 + 6I_2 = 4}$$

$$\underline{-12I_1 = -12} \Rightarrow I_1 = 1A$$

← yerine koy

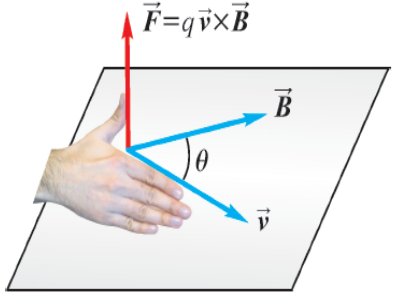
$$5I_1 + 3I_2 = 8$$

$$5 \cdot 1 + 3 \cdot I_2 = 8 \Rightarrow 3I_2 = 3$$

$$I_2 = 1A$$

$$I = I_1 + I_2 = 1 + 1 = 2A //$$

Hareketli Bir Yüke Etkiyen Manyetik Kuvvet



$$\vec{F} = q (\vec{v} \times \vec{B})$$

- Kuvvet q yüküyle, v hızıyla ve B manyetik alanıyla orantılı.
- Kuvvet $\pm q$ için zıt yönlerde. ▼
- **Büyüklüğü:** Vektörel çarpım olduğundan: $F = qvB \sin \theta$ ▼
- **Yönü:** Sağ-el kuralı: Dört parmak birinci vektör ($\vec{v}$) yönünde, avuç içi ikinci vektör ($\vec{B}$) yönünde uzatıldığında, başparmak $\vec{F}$ yönünde. ▼
- **Manyetik alan birimi:** $B = F/(qv \sin \theta)$ ifadesinden:

$$1 \frac{\text{N}}{\text{C} \times \text{m/s}} = 1 \frac{\text{N}}{\text{A} \cdot \text{m}} = 1 \text{ tesla} = 1 \text{ T}$$

Manyetik Alanda Yüklü Parçacıkların Hareketi

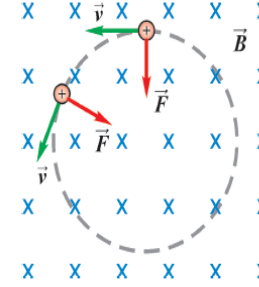
Manyetik alana dik doğrultuda atılan yüklü parçacık. ▼

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

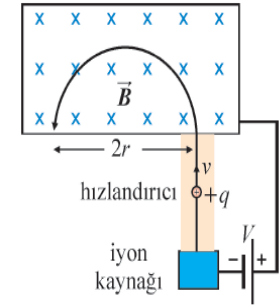
Kuvvet daima hız vektörüne dik $\rightarrow$ merkezci kuvvet

O halde, parçacık dairesel hareket yapar:

$$F_r = qvB = m \frac{v^2}{r} \quad \longrightarrow \quad r = \frac{mv}{qB} \quad \blacktriangledown$$



Kütle spektrografı: Atom kütlelerini çok hassas tayin eder.



Önce $+q$ yükü elektrik alanında v hızına çıkarılır.

Sonra, düzgün B manyetik alanına dik olarak giren yük, yarım bir dairesel hareket yaparak çıkar.

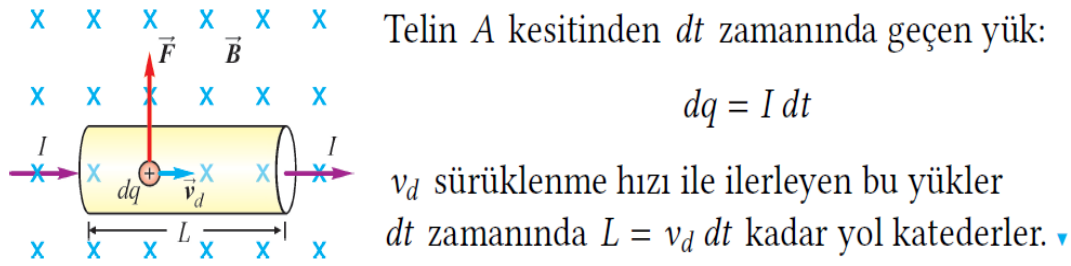
$2r$ uzaklığı ölçülür. Buradan, parçacığın m kütlesi tayin edilir.

AKIM GEÇEN TELE ETKİYEN MANYETİK KUVVET

Akım geçen tel manyetik alan içine konulduğunda:

Pozitif iyonlar hareketsiz $\rightarrow$ kuvvet=0

Fakat elektronlar hareketli $\rightarrow$ tel üzerinde net bir manyetik kuvvet var. ▽



Telin A kesitinden dt zamanında geçen yük:

$$dq = I dt$$

v_d sürüklenme hızı ile ilerleyen bu yükler dt zamanında $L = v_d dt$ kadar yol katederler. ▽

$\vec{B}$ manyetik alanında $\vec{v}_d$ hızına sahip olan dq yüküne etkiyen kuvvet,

$$\vec{F} = dq (\vec{v}_d \times \vec{B}) = I dt (\vec{v}_d \times \vec{B})$$

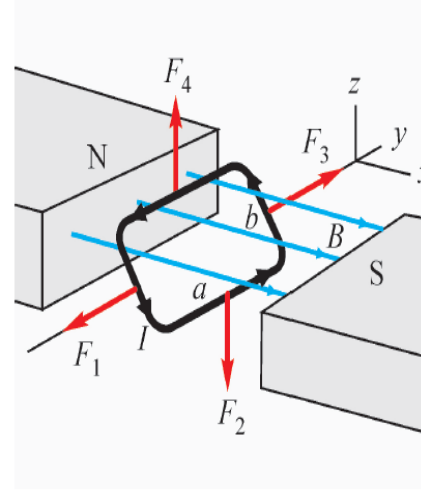
$$\vec{F} = I (\vec{L} \times \vec{B}) \quad (\text{Akım üzerindeki manyetik kuvvet})$$

$\vec{L} = \vec{v}_d dt$ uzunluk vektörü. Kuvvet hem tele hem de manyetik alana dik.

BİR ÇERÇEVE ÜZERİNDEKİ MANYETİK TORK

Bir mıknatısın kutupları arasına konulan iletken çerçeve.

Akım verildiğinde çerçeve dönmeye başlar $\rightarrow$ Elektrik motoru.



B manyetik alanı içine konulan $a \times b$ boyutlu dikdörtgen çerçeve.

Herbir kenar üzerinde $\vec{F} = I (\vec{L} \times \vec{B})$ kuvveti:

$$F_1 = I b B \quad (-y \text{ yönünde})$$

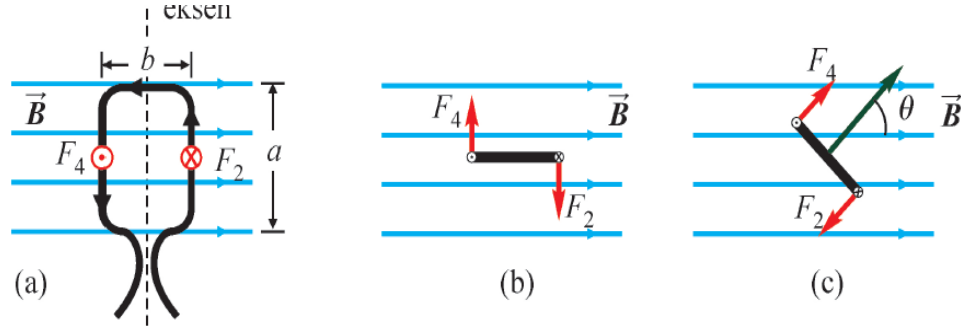
$$F_2 = I a B \quad (-z \text{ yönünde})$$

$$F_3 = I b B \quad (+y \text{ yönünde})$$

$$F_4 = I a B \quad (+z \text{ yönünde}) \quad \blacktriangledown$$

Kuvvetler karşılıklı olarak eşit ve zıt.

Net kuvvet sıfır $\rightarrow$ Çerçeve öteleme hareketi yapamaz. Fakat dönebilir.



Bu kuvvetlerin dönme eksenini y -ye göre torklarını hesaplarız: ▼

Çerçeve yüzölçümü $A = ab$ ve düzlem normaliyle $\vec{B}$ arasındaki açı θ ise:

$$\tau = F_1 \cdot 0 + F_2 (b/2) \sin \theta + F_3 \cdot 0 + F_4 (b/2) \sin \theta$$

$$\tau = I a b B \sin \theta = I A B \sin \theta \quad \blacktriangledown$$

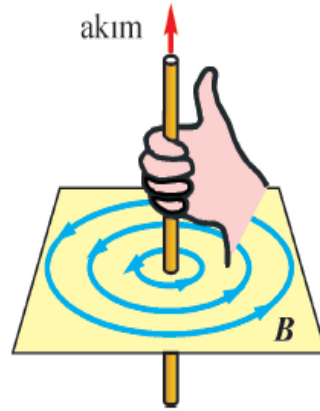
Tanım: $m = I A$ çerçevenin **manyetik dipol momenti**. ▼

Sonuç:

$$\tau = m B \sin \theta \quad (\text{Akım çerçevesine manyetik alanda etkiyen tork})$$

BİR AKIMIN MANYETİK ALANI – BIOT-SAVART YASASI

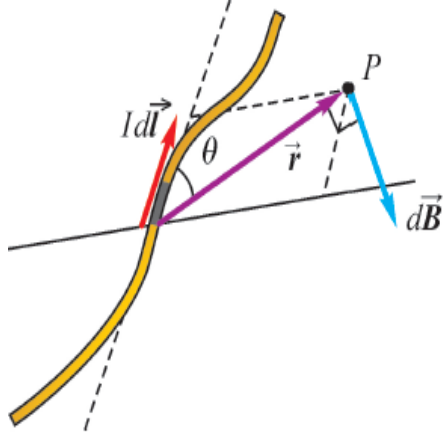
I akımı geçen doğrusal bir telin manyetik alanı.



Gözlenen özellikler:

- Manyetik alan çizgileri tele dik düzlemde, merkezi tel olan çemberler.
- Yönü, sağ-el kuralına göre, başparmak akım yönündeyken, dört parmağın kıvrıldığı yönde.
- Manyetik alan şiddeti r uzaklığıyla ters orantılı. ▼

Bu özellikleri ilk kez gözleyen Jean-Baptiste Biot ve Felix Savart, her türlü akım için manyetik alan ifadesini keşfettiler.



Biot-Savart Yasası

I akımı geçen bir telin $d\ell$ uzunlukta bir parçasının r uzaklıktaki bir noktadaki manyetik alana katkısı,

$$dB = k' \frac{I d\ell \sin \theta}{r^2}$$

olur. Burada θ açısı $\vec{r}$ konum vektörünün $d\ell$ doğrultusuyla yaptığı açıdır. ▼

Vektörel Çarpım İfadesi:

$$d\vec{B} = k' \frac{I d\vec{\ell} \times \hat{r}}{r^2} \quad (\text{Biot-Savart: vektörel ifade})$$

Sonlu bir tel için: İntegral alınır:

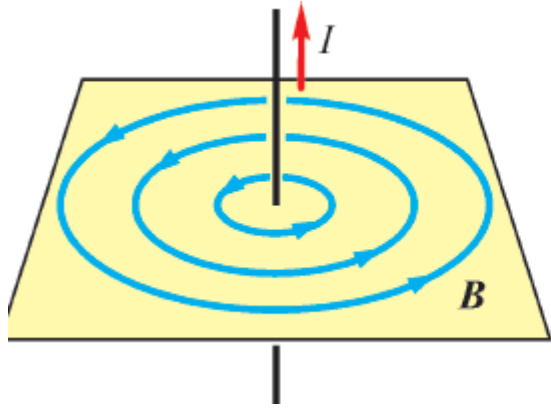
$$\vec{B} = k' \int \frac{I d\vec{\ell} \times \hat{r}}{r^2}$$

k' sabiti: $k' = 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}$

Diğer bir sabit:

Boşluğun manyetik geçirgenliği: $\mu_0 = 4\pi k' = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}$

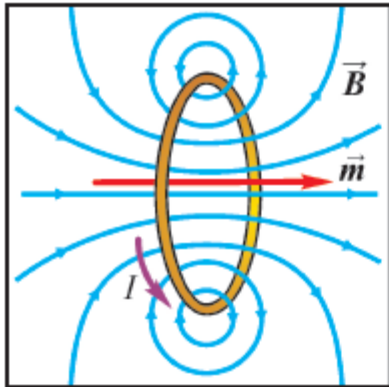
Sonsuz Doğrusal Akımın Manyetik Alanı ▼



$$B = \frac{2k'I}{a} \quad (\text{Doğrusal tel})$$

Manyetik alan çizgileri, teli eksen kabul eden çemberler oluştururlar.

Akım Çemberinin Manyetik Alanı

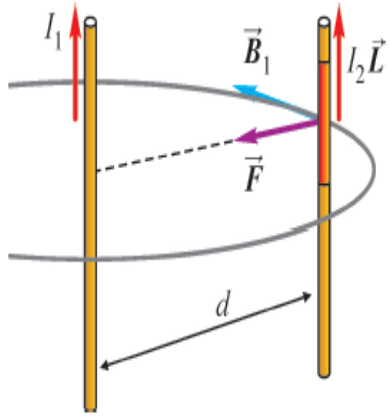


$$B = \frac{2\pi k'I a^2}{(h^2 + a^2)^{3/2}} \quad (\text{Çemberin m. alanı})$$

Çember merkezinde manyetik alan, bu formülde $h = 0$ alınarak bulunur:

$$B = \frac{2\pi k'I}{a} \quad (\text{Çember merkezinde m. alan})$$

PARALEL AKIMLAR ARASINDAKİ KUVVET



Aralarında d uzaklığı bulunan paralel iki doğrusal telde, aynı yönde I_1 ve I_2 akımları. ▽

I_1 akımının d uzaklığında manyetik alanı:

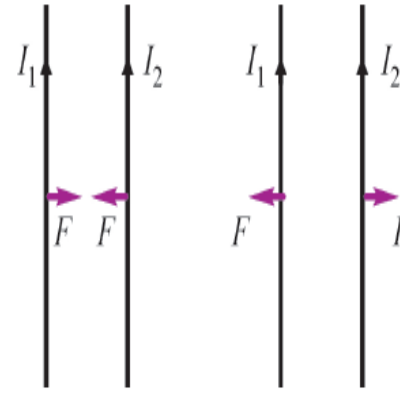
$$B_1 = \frac{2k'I_1}{d} \quad \blacktriangledown$$

B_1 manyetik alanında, ikinci telin L kadar uzunluğuna etkiyen kuvvet:

$$\vec{F} = I_2 (\vec{L} \times \vec{B}_1)$$

Kuvvetin yönü:

Sağ-el kuralı: Kuvvet hem $\vec{B}_1$ alanına hem de I_2 teline dik ve I_1 teline yönelik: $\rightarrow$ İki tel birbirini çeker.



Akımlar birbirine zıt yönde (anti-paralel) ise, teller birbirini iter.

Her iki durumda, kuvvetin şiddeti:

$$F = \frac{2k' I_1 I_2}{d} L$$

Sonuç: Paralel akımlar birbirini çeker, anti-paralel akımlar iter. ▽

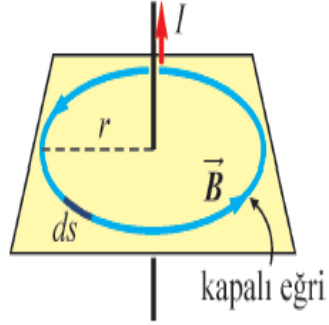
Ampere Biriminin Tanımı:

Telin birim uzunluğuna etkiyen kuvvet: $\frac{F}{L} = \frac{2k' I_1 I_2}{d} \quad \blacktriangledown$

Aralarında 1 m mesafe bulunan ve özdeş akımlar taşıyan paralel iki uzun tel arasında, birim uzunluğa etkiyen kuvvet 2×10^{-7} N/m olduğunda, tellerden geçen akım 1 ampere (A) olur.

AMPERE YASASI

Basit bir örnek: Sonsuz doğrusal tel.



I akımlı telden r uzaklıkta manyetik alan:

$$B = \frac{2k'I}{r}$$

Manyetik alanın r yarıçaplı çembere teğet olan bileşeninin, çember boyunca integralini alalım.

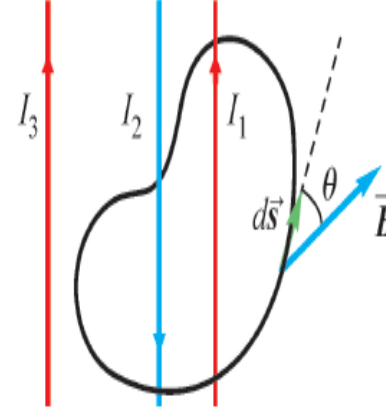
Her noktada B nin teğet bileşenini küçük ds yay parçası ile çarpıp, çember üzerinden toplayalım.

$$\oint B ds = B \oint_{2\pi r} ds = \frac{2k'I}{r} 2\pi r = \underbrace{4\pi k'}_{\mu_0} I = \mu_0 I$$

Sonuç r yarıçapından bağımsızdır!

Eğer I akımını dışarda bırakan bir eğri seçilseydi, sonuç sıfır olurdu. ▼

Ampere Yasası denilen bu sonuç en genel akım dağılımı ve seçilen eğrisel yol için de geçerlidir.



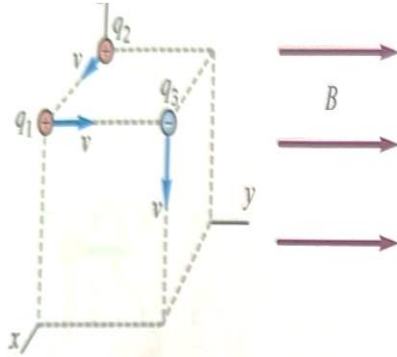
Ampere Yasası

Kapalı bir eğri boyunca manyetik alanın izdüşümünün integrali, bu eğrinin çevrelediği herhangi bir yüzeyi kesen net akım ile orantılıdır:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I_{iç} \quad (\text{Ampere Yasası})$$

- $I_{iç}$ kapalı eğri içinde kalan net akımdır. Bir yöndeki akım pozitif ise zıt yöndeki akım negatif alınır. ▼
- Eğri dışında kalan akımlar hesaba katılmaz. ▼
- Problemin simetrisine uygun bir eğri seçilirse, integral almaya gerek kalmaz.

Örnek



Şekildeki kübün köşelerinden v hızıyla gösterilen yönlerde atılan q_1, q_2, q_3 yüklerine etkiyen kuvvetlerin sadece yönlerini tayin edin. Manyetik alan vektörü $\vec{B}$ gösterilen $+y$ yönündedir.

Çözüm

Manyetik kuvveti veren (19.1) formülünü kullanınız:

$$\vec{F} = q (\vec{v} \times \vec{B})$$

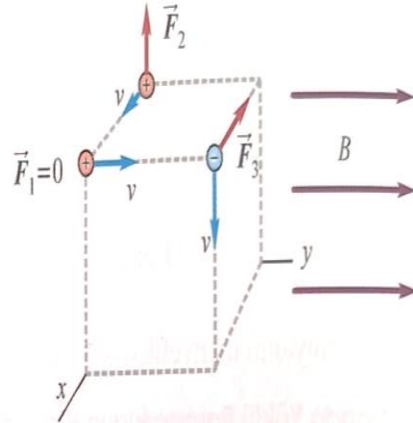
q_1 yükünün $\vec{v}$ hız vektörü, $\vec{B}$ vektörü gibi, $+y$ ekseninde verilmiştir. Paralel iki vektörün vektörel çarpımı sıfır olur:

$$\vec{F}_1 = 0 \quad (\vec{v} \parallel \vec{B})$$

q_2 yükünün hızı $+x$ yönündedir. Sağ elimizin dört parmağını $+x$ yönünde uzatır ve avuç içini $\vec{B}$ yönüne ($+y$) çevirirsek, başparmak $+z$ yönünü gösterir. O halde, $\vec{F}_2$ kuvveti $+z$ yönündedir.

q_3 yükünün eksi işaretli olduğunda dikkat edelim. Yani, sağ el kuralının vereceği kuvvet yönüne zıt yönde bir kuvvet oluşur. Yine, sağ elimizin dört parmağını $\vec{v}$ ($-z$) yönünde uzatır ve avuç içini $\vec{B}$ yönüne ($+y$) çevirirsek, başparmak $+x$ yönünü gösterir. Kuvvet bunun tersi yönde olacaktır. O halde, $\vec{F}_3$ kuvveti $-x$ yönündedir.

Sonuçlar yukardaki şekilde gösterilmiştir:



Örnek

Bir proton manyetik alanın $\vec{B} = (2\hat{i} + 4\hat{j} - 1,5\hat{k})$ T ile verildiği bir bölgede $\vec{v} = (\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k})$ m/s hızı ile hareket ederse, parçacığa etki eden manyetik kuvveti bulunuz.

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} = q \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ v_x & v_y & v_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = (e) \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & -2 & 1 \\ 2 & 4 & -1,5 \end{vmatrix}$$

$$\vec{F} = +e[(3-4)\hat{i} + (2+1,5)\hat{j} + (4+4)\hat{k}]$$

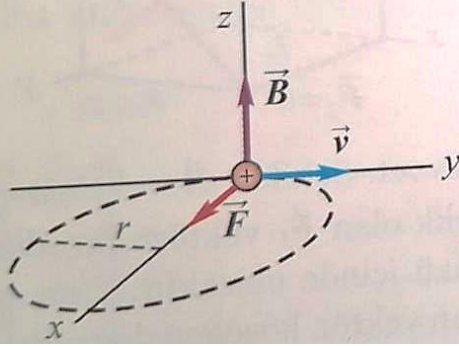
$$\vec{F} = (1,6 \times 10^{-19} \text{ C})[-\hat{i} + 3,5\hat{j} + 8\hat{k}] \text{ Tm/s}$$

$$|\vec{F}| = 1,4 \times 10^{-18} \text{ N}$$

Örnek

Manyetik alanın $+z$ eksenini yönünde $B = 0.1 \text{ T}$ şiddetinde olduğu bir bölgede, bir proton $+y$ eksenini boyunca 10^6 m/s hızıyla fırlatılıyor. (Protonun yükü $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ ve kütlesi $m_p = 1.7 \times 10^{-27} \text{ kg}$ dır.)

- (a) Protona etkiyen kuvvetin şiddetini ve yönünü bulun.
(b) Protonun çizdiği dairesel yörüngenin yarıçapını hesaplayın.



Çözüm

(a) Şekilde görülen protona etkiyen kuvvet, $\vec{F} = q (\vec{v} \times \vec{B})$ formülüne göre, $+x$ yönünde olur. Kuvvetin şiddeti hesaplanır:

$$F = qvB \sin 90^\circ = evB$$

$$F = 1.6 \times 10^{-19} \times 10^6 \times 0.1 = 1.6 \times 10^{-14} \text{ N}$$

(b) Kuvvet daima hıza dik olduğundan, proton xy -düzleminde dairesel bir yörünge çizer. Merkezci kuvveti sağlayan manyetik kuvvet olduğuna göre,

$$m \frac{v^2}{r} = qvB$$

$$r = \frac{mv}{qB}$$

bulunur. Değerler yerine konulup yarıçap hesaplanır:

$$r = \frac{1.7 \times 10^{-27} \times 10^6}{1.6 \times 10^{-19} \times 0.1} = 0.11 \text{ m}$$

Örnek Büyüklüğü $1,8 \text{ T}$ olan ve $+z$ eksenini yönünde olan düzgün bir manyetik alan içerisindeki bir proton demeti $3 \times 10^5 \text{ m/s}$ 'lik hız ile z eksenini ile 30° 'lik açı yaparak xz düzleminde hareket ediyor. Bir proton üzerine etkiyen kuvveti vektörel olarak bulunuz.

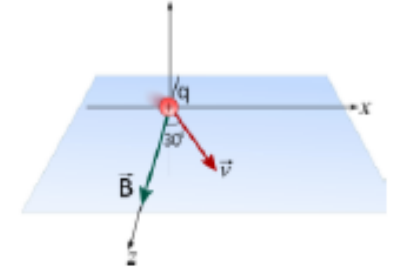
Çözüm için yandaki şekli dikkate alırsak,

$\vec{B} = (1,8 \text{ T}) \hat{k}$ ve hızları z eksenini ile 30° 'lik açı yaparak xz düzleminde hareket ediyorsa,

$$\vec{v} = (3 \times 10^5 \text{ m/s}) (\sin 30^\circ) \hat{i} + (3 \times 10^5 \text{ m/s}) (\cos 30^\circ) \hat{k} \text{ olur.}$$

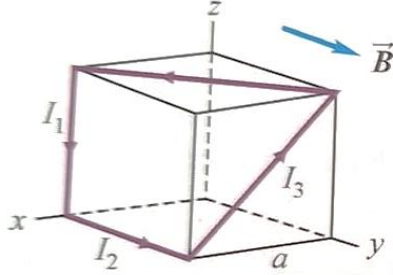
$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} = (1,6 \times 10^{-19} \text{ C}) (3 \times 10^5 \text{ m/s}) [(\sin 30^\circ) \hat{i} + (\cos 30^\circ) \hat{k}] \times (1,8 \text{ T}) \hat{k}$$

$$\vec{F} = (-4,32 \times 10^{-14} \text{ N}) \hat{j}$$



Örnek

Şekilde bir kenarı a uzunlukta olan kübün kenarları boyunca uzanan tellerdeki akımların şiddeti aynıdır: $I_1 = I_2 = I_3 = I$. $\vec{B}$ manyetik alanı $+y$ -yönündedir. I_1, I_2, I_3 akımları üzerindeki kuvvetleri hesaplayın.



Çözüm

Akım geçen tel üzerindeki manyetik kuvvet (19.3) formülüyle hesaplanır:

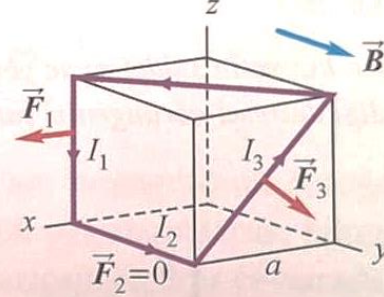
$$\vec{F} = I (\vec{L} \times \vec{B})$$

Burada $\vec{L}$ telin uzunluğunda ve akım yönünde bir vektördür. I_1 üzerindeki kuvvet: Şekilde $\vec{L}$ vektörü $-z$ yönünde, $\vec{B}$ vektörü $+y$ yönünde verilmiştir. Sağ-el kuralına göre, $\vec{F}_1$ kuvveti $+x$ yönünde olacaktır. Şiddeti hesaplanır:

$$F_1 = I L B \sin 90^\circ = I a B$$

I_2 üzerindeki kuvvet: Bu kez $\vec{L}$ vektörü $\vec{B}$ vektörüne paralel olduğu için, vektörel çarpım sıfırdır:

$$F_2 = 0$$



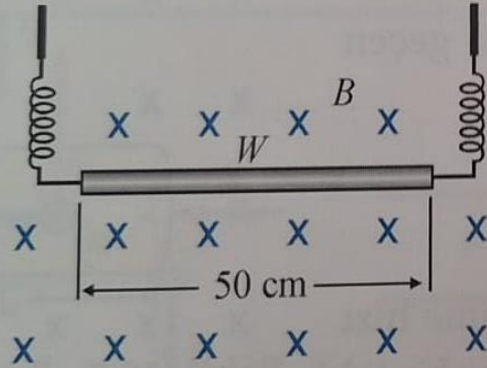
I_3 üzerindeki kuvvet: Şekilde $\vec{B}$ vektörü $+y$ yönünde olduğu için, buna dik olan $\vec{F}_3$ vektörü, xz -düzlemine paralel, yani kübün o yüzü içinde olacaktır. Yine, bu yüz içinde $\vec{L}$ vektörüne dik olan vektör, köşegen doğrultusunda olmalıdır. Sağ-el kuralı kuvvetin yönünü aşağı doğru verir. $L = \sqrt{2}a$ değeri alınıp kuvvetin şiddeti hesaplanır:

$$F_3 = I L B \sin 90^\circ = \sqrt{2} I a B$$

Her üç kuvvet şekilde gösterilmiştir.

Örnek

Ağırlığı $W = 0.3 \text{ N}$ olan 50 cm uzunluğunda iletken bir çubuk, şekildeki gibi iletken yaylarla asılmıştır. Bölgede kağıt içine yönelik ve 0.2 T şiddetinde manyetik alan vardır. Yaylardaki kuvvetin sıfır olması için, bu çubuk üzerinden geçen akımın şiddeti ve yönü ne olmalıdır?



Çözüm

Cismin ağırlığını dengeleyebilmesi için, manyetik kuvvet yukarı yönde olmalıdır. Çubuk ve manyetik alan birbirine dik olduğu için, manyetik kuvvet doğrudan yazılır ve W ağırlığına eşitlenir:

$$F = W \rightarrow ILB = W$$

Buradan I akımı hesaplanır:

$$I = \frac{W}{LB} = \frac{0.3}{0.5 \times 0.2} = 3 \text{ A}$$

Kuvvetin yönü sağ-el kuralına göre, yukarı doğru çıkabilmesi için, akım soldan sağa doğru olmalıdır.

Örnek

Bir elektron düzgün 0.03 T 'lık manyetik alana, bu alana dik bir düzlemde $2 \times 10^7 \text{ m/s}$ sürati ile giriyor. Elektronun yörünge yarıçapını bulunuz.

Elektronun yörünge yarıçapını için manyetik kuvveti merkezci kuvvete eşitlersek,

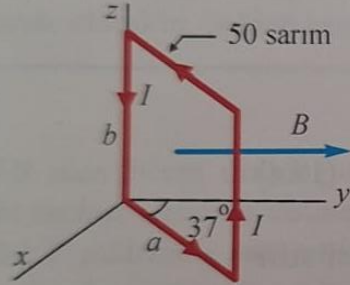
$$F = qvB = \frac{mv^2}{r}$$

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{(9.11 \times 10^{-31} \text{ kg})(2 \times 10^7 \text{ m/s})}{(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})(0.03 \text{ T})} = 3.79 \times 10^{-3} \text{ m} \text{ olur.}$$

Örnek

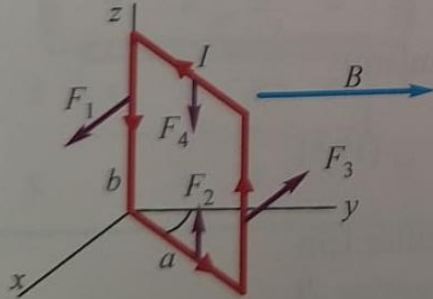
Şekildeki dikdörtgen çerçeve z -ekseni etrafında dönebilen 50 sarımdan oluşmakta ve her bir sarımdan $I = 3 \text{ A}$ akım geçmektedir. Çerçevenin boyutları $a = 1 \text{ m}$ ve $b = 2 \text{ m}$ dir. $B = 2 \text{ T}$ manyetik alanı y -ekseni yönündedir.

- (a) Her kenara etkiyen kuvvetin torklarını hesaplayarak, çerçeve üzerindeki net torku hesaplayın.
- (b) Bu kez çerçevenin manyetik dipol momentinden giderek net torku hesaplayın.



Çözüm

(a) Sağ-el kuralına göre, her bir kenara etkiyen kuvvetler şekildeki gibi oluşur:



Bu kuvvetlerden sadece $\vec{F}_3$ ün z -eksenine göre momenti sıfırdan farklı olur. $\vec{F}_1$ eksen üzerinde olduğundan, $\vec{F}_2$ ve $\vec{F}_4$ eksene paralel olduklarından, dönmeye yolaçmazlar ve torkları sıfır olur.

Geriye kalan $\vec{F}_3$ kuvveti $-x$ yönünde olup, şiddeti (19.3) formülüyle hesaplanır ve N sarım sayısıyla çarpılır:

$$F_3 = N I b B \sin 90^\circ = 50 \times 3 \times 2 \times 2 \times 1 = 600 \text{ N}$$

F_3 kuvvetinin z -eksenine göre momenti alınırken, moment kolu $a \cos 37^\circ$ kullanılır:

$$\tau = \tau_3 = F_3 a \cos 37^\circ$$

$$\tau = 600 \times 1 \times 0.8 = 480 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Torkun yönü çerçeveyi x -ten y -eksenine doğru döndürecek şekilde olur.

(b) Çerçevenin manyetik dipol momenti (19.5) formülüyle hesaplanır:

$$m = N I A = 50 \times 3 \times (1 \times 2) = 300 \text{ A} \cdot \text{m}^2$$

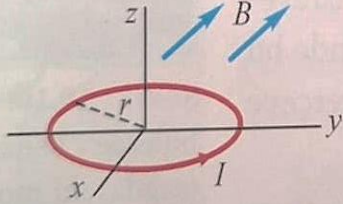
Daha sonra, (19.6) formülünden tork hesaplanır. Burada dikkat edelim: Manyetik alanın yüzey normaliyle yaptığı açı alınmalıdır:

$$\tau = m B \sin \theta = 300 \times 2 \times \sin 53^\circ = 480 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Görüldüğü gibi, her iki hesap aynı sonucu verir, ama dipol momentiyile çalışmak daha kolaydır.

Örnek

xy düzleminde yarıçapı 40 cm olan dairesel bir telden 25 A akım geçmektedir. Bu bölgede xy -düzlemiyle 45° açı yapan 0.3 T şiddetinde düzgün bir manyetik alan vardır. Çemberin manyetik momentini ve döndürmeye çalışan torku hesaplayın.



Çözüm

Çerçevenin manyetik dipol momenti (

$$m = IA = I \pi r^2 = 25 \times 3.14 \times 0.40^2$$

$$m = 12.6 \text{ A} \cdot \text{m}^2$$

$$\tau = mB \sin \theta = 12.6 \times 0.3 \times \sin 45^\circ$$

$$\tau = 2.7 \text{ N} \cdot \text{m}$$

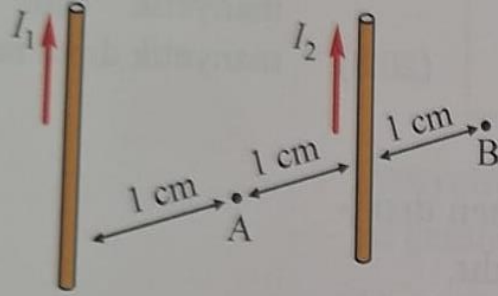
Örnek

Bir proton, $+y$ yönündeki 0,5 T'lık bir manyetik alanın yönü ile 37° 'lık açı yaparak $3 \times 10^6 \text{ m/s}^2$ sürat ile hareket ediyor. (a) Protona etkiyen manyetik kuvvetin büyüklüğünü, (b) protonun ivmesini bulunuz.

$$\text{a) } F_B = qvB \sin \theta = (1,6 \times 10^{-19} \text{ C})(5 \times 10^6 \text{ m/s})(0,5 \text{ T}) \sin 37^\circ = 2,41 \times 10^{-13} \text{ N}$$

$$\text{b) } a = \frac{F_B}{m} = \frac{2,407 \times 10^{-13} \text{ N}}{1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}} = 1,44 \times 10^{13} \text{ m/s}^2$$

Örnek

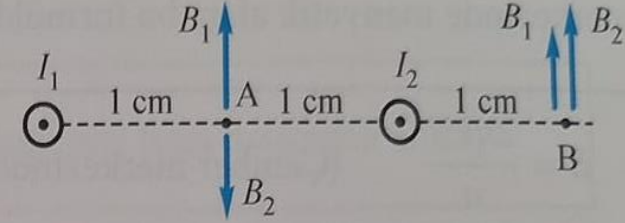


Şekilde paralel $I_1 = 100 \text{ A}$ ve $I_2 = 200 \text{ A}$ akımları arasındaki mesafe 2 cm dir.

- (a) Tellerin orta noktası A daki toplam manyetik alanı hesaplayın.
- (b) I_2 telinden 1 cm ötedeki B noktasında manyetik alanı hesaplayın.

Çözüm

(a) Önce, her iki noktada B_1 ve B_2 manyetik alanlarının yönlerini belirleyelim. Sağ-el kuralı uygulanırsa, manyetik alanların kağıdın üstünden görünüşü şöyle olur:



Sonra, her bir akımın manyetik alanı $B = 2k'I/a$ formülüyle hesaplanır:

A noktasında:

$$B_1 = \frac{2k'I_1}{a} = \frac{2 \times 10^{-7} \times 100}{0.01} = 0.002 \text{ T} = 2 \text{ mT}$$

$$B_2 = \frac{2 \times 10^{-7} \times 200}{0.01} = 0.004 \text{ mT}$$

Zıt iki vektörün A noktasındaki bileşkesi alınır:

$$B_A = B_1 - B_2 = 0.002 - 0.004 = -0.002 \text{ mT (aşağı yönde)}$$

B noktasında:

$$B_1 = \frac{2 \times 10^{-7} \times 100}{0.03} = 0.00067 \text{ T} = 0.67 \text{ mT}$$

$$B_2 = \frac{2 \times 10^{-7} \times 200}{0.01} = 0.004 \text{ T} = 4 \text{ mT}$$

Aynı yönde iki vektörün B noktasındaki bileşkesi alınır:

$$B_B = B_1 + B_2 = 0.67 + 4 = 4.67 \text{ mT}$$

Örnek

Yarıçapı 1 m olan iletken bir çember üzerinden 1 A akım geçmektedir.

- (a) Çember merkezindeki manyetik alan şiddeti ne kadardır?
(b) Eksen üzerinde nerede manyetik alan merkezdeki değerinin yarısına düşer?

Çözüm

(a) Akım çemberinin merkezindeki manyetik alan (20.8) formülüyle bulunur:

$$B = \frac{2\pi k' I}{a}$$

Sayısal veriler yerine konulup manyetik alan hesaplanır:

$$B = \frac{2 \times 3.14 \times 10^{-7} \times 1}{1} = 6.3 \times 10^{-7} \text{ T}$$

(b) Burada yeniden manyetik alan değerini hesaplamaya gerek yoktur. Sadece, merkezdeki ve h uzaklıktaki alan ifadelerinin oranını alırız. Akım çemberinin eksenindeki h noktasındaki manyetik alan ifadesi (20.7) formülüyle verilmişti:

$$B = \frac{2\pi k' I a^2}{(h^2 + a^2)^{3/2}}$$

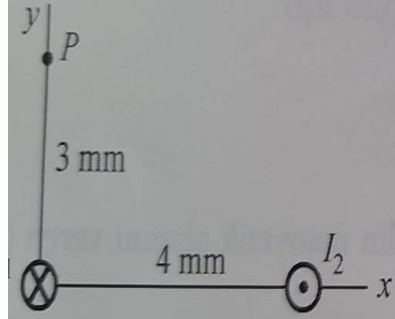
Yukarda yazdığımız çemberin merkezindeki alan ifadesini B_0 ile gösterip, bu iki alanın oranını alalım:

$$\frac{B}{B_0} = \frac{2\pi k' I a^2}{(h^2 + a^2)^{3/2}} \times \frac{a}{2\pi k' I} = [(h/a)^2 + 1]^{3/2}$$

$B = B_0/2$ ve $a = 1$ değerleri yerine konulup, h için çözülür:

$$[h^2 + 1]^{3/2} = \frac{1}{2} \rightarrow h = 0.77 \text{ m}$$

Örnek



Şekilde kağıt düzlemine dik doğrultudaki doğrusal tellerdeki akımlar $I_1 = 60 \text{ A}$ ve $I_2 = 50 \text{ A}$ dir. P noktasındaki toplam manyetik alanın bileşenlerini hesaplayın.

Çözüm

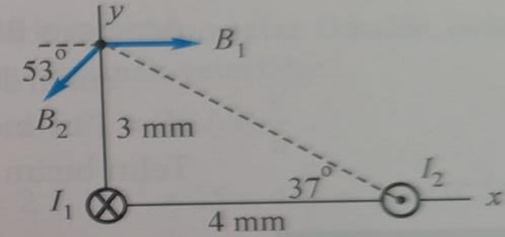
Önce P noktasındaki B_1 ve B_2 alan şiddetleri (20.6) formülüyle hesaplanır:

$$B = \frac{2k'I}{a}$$

$$B_1 = \frac{2 \times 10^{-7} \times 60}{0.003} = 0.004 \text{ T} = 4 \text{ mT}$$

$$B_2 = \frac{2 \times 10^{-7} \times 50}{0.005} = 0.002 \text{ T} = 2 \text{ mT}$$

Daha sonra, bu manyetik alan vektörlerinin yönleri sağ-el kuralıyla bulunur. Her iki alan yönü şöyle olur:



Son olarak, bu iki vektörün toplamı, bileşenleri cinsinden bulunur:

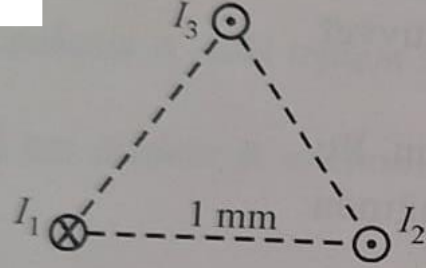
$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$$

$$B_x = B_1 - B_2 \cos 53^\circ = 4 - 2 \times 0.6 = 2.8 \text{ mT}$$

$$B_y = -B_2 \sin 53^\circ = -2 \times 0.8 = -1.6 \text{ mT}$$

İstenirse, toplam manyetik alan şiddeti ve yönü bu bileşenlerden hesaplanabilir.

Örnek



Şekilde kağıt düzlemine dik doğrusal teller, bir kenarı 1 mm olan bir eşkenar üçgenin köşelerini oluşturmaktadır. $I_1 = I_2 = I_3 = 100 \text{ A}$ olduğuna göre, I_3 akımlı telin 1 m uzunluğuna etkiyen toplam kuvveti hesaplayın.

Çözüm

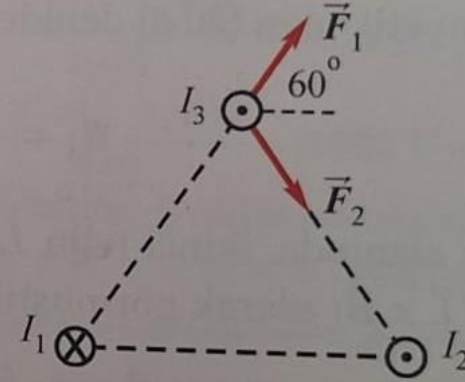
Paralel akımlar arasındaki kuvvet (20.10) formülüyle verilmiştir:

$$F = \frac{2k' I_1 I_2}{d} L$$

I_1 ve I_2 akımları aynı şiddette olduğu için, uyguladıkları kuvvetlerin şiddetleri eşittir:

$$F_1 = F_2 = \frac{2 \times 10^{-7} \times 100^2}{0.001} \times 1 = 2 \text{ N}$$

Bu iki kuvvetin yönlerini bulmak istersek, şu kuralı uygulayalım: Paralel akımlar birbirini çeker, antiparalel akımlar birbirini iter. Buna göre, I_3 akımlı telin üzerindeki kuvvetlerin yönleri şu şekilde olur:

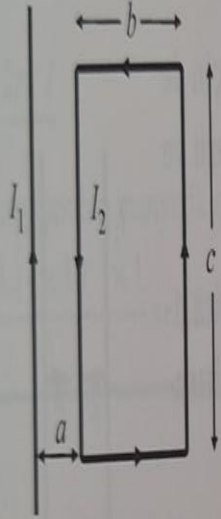


Yatayla eşit açı yapan eşit iki kuvvetin toplamı, açıortay yönünde, yani yatay olur:

$$F = F_{1x} + F_{2x} = 2F \cos 60^\circ$$

$$F = 2 \text{ N}$$

Örnek



Çözüm

Burada I_1 akımının oluşturduğu manyetik alanda, çerçeveye etkiyen kuvveti bulacağız. Önce, doğrusal akımın manyetik alanı yazılır:

$$B_1 = \frac{2k'I_1}{r}$$

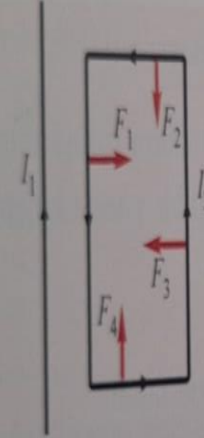
Bu manyetik alan, çerçevenin bulunduğu bölgede kağıt düzleminin içine doğrudur.

Bu manyetik alanda L uzunluktaki I_2 akım parçasına etkiyen kuvvet (19.1) formülüyle bulunuyordu:

$$\vec{F} = I_2 (\vec{L} \times \vec{B}_1)$$

Bu vektörel çarpımı sağ-el kuralına göre hesaplırsak, dört kenara etkiyen kuvvetler şekilde gösterilen yönlerde oluşurlar:

Şekilde, üzerinden $I_1 = 25$ A lik akım geçen doğrusal tel ile aynı düzlemde bulunan dikdörtgen çerçeveden $I_2 = 4$ A lik akım geçmektedir. Çerçevenin yakın kenarının uzaklığı $a = 1$ cm, eni $b = 3$ cm ve boyu $c = 5$ cm dir. Çerçeveye etkiyen net kuvveti hesaplayın.



lam kuvvete katkıda bulunmazlar. O halde, sadece F_1 ve F_3 kuvvetlerini hesaplamak yeterlidir:

$$F_1 = I_2 L B_1 = 2k'I_1 I_2 \frac{c}{a}$$

$$= 2 \times 10^{-7} \times 25 \times 4 \times \frac{5}{1} = 1 \times 10^{-4} \text{ N}$$

$$F_3 = 2 \times 10^{-7} \times 25 \times 4 \times \frac{5}{1+3} = 0.125 \times 10^{-4} \text{ N}$$

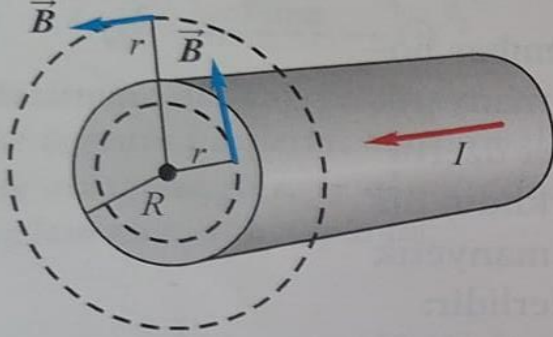
Bu iki kuvvetin farkı, toplam kuvveti sağa doğru verir:

$$F = F_1 - F_3 = 0.875 \times 10^{-4} \text{ N}$$

F_2 ve F_4 kuvvetleri eşit ve zıt yönde olduğundan, top-

Örnek

R yarıçaplı sonsuz silindir şeklindeki bir iletkenin geçen I akımı, silindir kesitine düzgün olarak dağılmıştır. Silindir dışında ve içinde manyetik alanı bulun.



Çözüm

Amper yasasını uygulayabilmek için daima bir simetri bulmak gerekir. Manyetizmada en temel simetri doğrusal akımın manyetik alanıdır. Doğrusal akımın manyetik alanı, teli merkez kabul eden çemberlere teğet yönde oluşur. Bu simetriyi bozacak bir durum yoksa, buradan başlamak gerekir.

Tel dışında: $r > R$ olacak şekilde hayali bir çember düşünelim. Bu çember üzerindeki bir noktadan baktığımızda, telin her iki yarım kesiti aynı katkıyı verecektir. O halde, manyetik alanı çembere teğet doğrultudan değiştirecek bir sebep yoktur. Yine simetriye göre, çember üzerinde her noktada B değeri aynı olmalıdır.

Amper yasasına göre (20.11 formülü), bu teğetsel man-

yetik alanın r yarıçaplı çember boyunca integrali, içerde kalan net akıma eşit olmalıdır:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I_{iç}$$

B yola paralel olduğundan $\vec{B} \cdot d\vec{s} = B ds$ olur ve sabit olan B değeri integral dışına alınır. Kalan integral çemberin çevre uzunluğu $2\pi r$ olur. Sağ taraftaki akım, silindirden geçen toplam I akımıdır:

$$B(2\pi r) = \mu_0 I \rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \frac{2k' I}{r}$$

Bu sonuç, doğrusal akım ifadesiyle aynıdır.

Tel içinde: $r < R$ olacak şekilde, yine hayali bir çember düşünelim. Yine simetriye göre, çember üzerindeki manyetik alan her noktada aynı değerde ve çembere teğet olmalıdır. Ampere yasası yazılır:

$$\oint B ds = B(2\pi r) = \mu_0 I_{iç}$$

Bu kez, çember içinde kalan akım daha azdır. Akım R yarıçaplı silindir kesitine düzgün dağılmış olduğundan, r yarıçaplı kısımda kalan miktarı orantı yoluyla bulunur:

$$I_{iç} = \frac{I}{\pi R^2} \cdot \pi r^2$$

Bu ifade yerine konur ve B hesaplanır:

$$B = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2} = \frac{2k' I}{R^2} r$$

Örnek Bir iletken tel üzerinde 1 metre uzunluk başına etki eden manyetik kuvvet, mümkün olan maksimum değerinin sadece %25'i olarak ölçülmüştür. Manyetik kuvvetin maksimum olduğunu varsayarak akım taşıyan tel ile manyetik alan arasındaki ilişkiyi bulup durumu bir şekilde gösteriniz. Ayrıca, ölçülen manyetik kuvvet değeri için tel ile manyetik alan arasındaki açıyı hesaplayıp bu ilişkinin de şeklini çiziniz.

Kuvvetin maksimum olması için $\theta = 90^\circ$ olmalıdır. Ayrıca birim uzunluk başına düşen kuvveti hesaplamak için $l = 1$ alınmalıdır. Kuvvetin değeri elektrik akımı taşıyan iletken tel ile dışarıdan uygulanan manyetik alana bağlı olarak,

$F = IlB \sin \theta$ şeklinde olacaktır. Bu bağıntıdan,

$\theta = 90^\circ$ ve $l = 1$ için,

$F_{\max} = IB$ olur, dolayısıyla elektrik akımı manyetik alana diktir ve şekil aşağıdaki gibi çizilebilir.

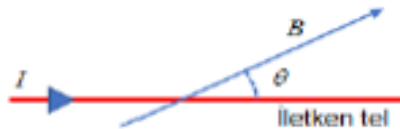


Mümkün olan maksimum kuvvet değerinin sadece %25'i kadar bir değer ölçülüyorsa,

$$F = 0,25 F_{\max} \rightarrow IB \sin \theta = 0,25 IB$$

$$\sin \theta = 0,25 \rightarrow \theta = \sin^{-1}(0,25) = 14,47^\circ$$

Demek ki manyetik alan ile iletken tel arasında yaklaşık $14,47^\circ$ 'lık bir açı oluşmuştur.



Örn

ek Uzun bir kablo x eksenini boyunca uzanmakta ve sağa doğru $(+x$ yönünde) 3 A akım taşımaktadır. Bu kablo $\vec{B} = (0,4\hat{i} - 0,72\hat{j} + 0,5\hat{k})$ T ile verilen bir manyetik alana yerleştirilmiştir. Telin 1 cm'sine etkiyen kuvvetin bileşenlerini belirleyiniz.

$(+x)$ yönünde 3 A akım taşıyan iletken tel $\vec{B} = (0,4\hat{i} - 0,72\hat{j} + 0,5\hat{k})$ T ile verilen bir manyetik alana yerleştirilmiş ise, 1 cm'lik tele etkiyen kuvvet,

$$\vec{F} = \vec{I} \times \vec{B} = 3 \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 \times 10^{-2} & 0 & 0 \\ 0,4 & 0,72 & 0,5 \end{vmatrix} = 3A (-0,5 \otimes 10^{-2} \hat{j} + 0,72 \times 10^{-2} \hat{k}) \text{ N} = (-1,5 \hat{j} + 2,16 \hat{k}) \times 10^{-2} \text{ N}$$

bulunur.

Örnek . $q = -1,8 \times 10^{-6} \text{ C}$ 'luk bir yük başlangıç noktasından (orijinden) geçerken $\vec{v} = (3,75 \times 10^4 \text{ m/s})\hat{i} + (2,45 \times 10^4 \text{ m/s})\hat{j}$ hızına sahiptir. Bu yükün, orijinden geçerken $x = 0,2 \text{ m}$, $y = -0,3 \text{ m}$ ve $z = 0$ noktasında ürettiği manyetik alanın büyüklüğü ve yönünü bulunuz.

Hareketli yük tarafından üretilen manyetik alanın büyüklüğü,

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v} \times \hat{r}}{r^2} \text{ ve } \vec{r} = (0,2 \text{ m})\hat{i} + (-0,3 \text{ m})\hat{j}, \text{ buradan } r = \sqrt{(0,2)^2 + (-0,3)^2} = 0,36 \text{ m}$$

olduğu göz önüne alınırsa,

$$\hat{r} = \frac{(0,2 \text{ m})\hat{i} + (-0,3 \text{ m})\hat{j}}{0,36 \text{ m}} = (0,55 \hat{i} - 0,83 \hat{j})$$

$$\begin{aligned} \vec{v} \times \hat{r} &= \left[\left((3,75 \times 10^4 \text{ m/s})\hat{i} + (2,45 \times 10^4 \text{ m/s})\hat{j} \right) \right] \times (0,55 \hat{i} - 0,83 \hat{j}) \\ &= (-3,11 \times 10^4 \hat{k} - 1,34 \times 10^4 \hat{k}) = -4,45 \text{ m/s } \hat{k} \end{aligned}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v} \times \hat{r}}{r^2} = \frac{(1 \times 10^{-7} \text{ N}\cdot\text{s}^2/\text{C}^2)(-1,8 \times 10^{-6} \text{ C})(-4,45 \times 10^4 \text{ m/s})}{(0,3606 \text{ m})^2} \hat{k} = 6,18 \times 10^{-9} \text{ T } \hat{k}$$

$\vec{B} = (6,18 \times 10^{-9} \text{ T})\hat{k}$ şeklinde bulunur. Alanın büyüklüğü $6,18 \times 10^{-9} \text{ T}$ olup yönü ise $+z$ yönündedir.